

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ - Α

1

Το κλάσμα $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \neq 0$, εκφράζει το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο $(x_0, f(x_0))$.

Απάντηση:

☐ Σωστό
☐ Λάθος

2

Αν η $f'(3)$ υπάρχει, τότε εκφράζει το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο $(3, f(3))$.

Απάντηση:

☐ Σωστό
☐ Λάθος

3

Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι:

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g'(x)$$

Απάντηση:

☐ Σωστό
☐ Λάθος

4

Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός και $\sigma \nu \nu x_0 \neq 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \epsilon \phi x = \epsilon \phi x_0$.

Απάντηση:

☐ Σωστό
☐ Λάθος

5

Αν ένα κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή και η θέση του συναρτήσει του χρόνου δίνεται από τη συνάρτηση $x(t)$, τότε το κλάσμα $\frac{x(t_0 + h) - x(t_0)}{h}$, $h \in \mathbf{R}$, $h \neq 0$ εκφράζει

Επιλογή μίας απάντησης.

☐ α) τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
☐ β) τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$
☐ γ) τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
☐ δ) τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$
☐ ε) τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$.

6

Αν η πρώτη παράγωγος μιας συνάρτησης f είναι $f'(x) = 2x - 1$, τότε ένας τύπος της f είναι ο:

Επιλογή μίας απάντησης.

☐ α) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$
☐ β) $f(x) = x^2 - 2$
☐ γ) $f(x) = 2x - 1$
☐ δ) $f(x) = x^2 - 1$
☐ ε) $f(x) = x^2 - x + 2$

7

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$ είναι:

Επιλογή μίας απάντησης.

☐ α) $A = (0, +\infty)$
☐ β) $A = [0, +\infty)$
☐ γ) $A = \mathbf{R}$
☐ δ) $A = \mathbf{R} - \{0\}$
☐ ε) κανένα από τα προηγούμενα

- 8 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\sqrt{x} + 2x$. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο $x_0 = 2$ είναι:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ α) 6
- ☐ β) $\ln 4$
- ☐ γ) $\frac{9}{4}$
- ☐ δ) 4
- ☐ ε) κανένα από τα προηγούμενα

- 9 Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 2$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 3x - 5$ αν:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ α) $f'(2) = 5$
- ☐ β) $f'(2) = -5$
- ☐ γ) $f'(2) = -3$
- ☐ δ) $f'(2) = 3$
- ☐ ε) $f'(2) = 2$

- 10 Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 10$ είναι ίση με:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ α) 50
- ☐ β) 5
- ☐ γ) $\frac{1}{50}$
- ☐ δ) 0
- ☐ ε) 1

- 11 Αν $f(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$ τότε $f''(x)$ είναι:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ α) $-4\eta\mu x$
- ☐ β) $4\sigma\upsilon\nu 2x$
- ☐ γ) $4\eta\mu 2x$
- ☐ δ) $-4\sigma\upsilon\nu 2x$
- ☐ ε) κανένα από τα προηγούμενα

- 12 Ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης $g(x) = 3\ln x + 3$, $x > 0$, για $x_0 = 1$ ισούται με:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ α) 1
- ☐ β) 0
- ☐ γ) $\frac{1}{3}$
- ☐ δ) 3
- ☐ ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ - Β

1 Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα ίσα τους από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 1)$	α) 2
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{x}$	β) 0
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	γ) 5
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sigma \nu \nu x$	δ) 1
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x}$	
6. $\lim_{x \rightarrow 1} (x \cdot \ln x)$	

2 $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

3 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

4 Αν $x \neq 0$, τότε $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

5 Αν $x > 0$, τότε $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

6 Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

7 $(e^3)' = 3 \cdot e^2$

Απάντηση:

☐ Σωστό☐ Λάθος8 Έστω ότι για ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της συνάρτησης f ισχύει $f'(x_0) = 0$.

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα αντίστοιχά τους στη στήλη Β.

Στήλη Α
1. $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, b)
2. $f'(x) < 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, b)
3. $f'(x) < 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, b)
4. $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, b)

Στήλη Β
α) Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 .
β) Η συνάρτηση f δεν παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 .
γ) Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο x_0 .

9 Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α με το πεδίο ορισμού της από τη στήλη Β.

Στήλη Α
1. $\frac{1}{x-1}$
2. $\sqrt{x-1}$
3. $\ln(x-1)$
4. e^{x-1}
5. $(x-1)^2$

Στήλη Β
α) $(1, +\infty)$
β) $\mathbb{R}$
γ) $\mathbb{R} - \{1\}$
δ) $[1, +\infty)$

10 $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου f παραγωγίσιμη συνάρτηση.

Απάντηση:

☐ Σωστό☐ Λάθος11 $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

Απάντηση:

☐ Σωστό☐ Λάθος

12 Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

13 Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

14 Αν υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, τότε η συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο x_0 .

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

15 $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ - Γ

1 Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν:

- $f'(x_0) = 0$, για $x_0 \in (\alpha, \beta)$
- $f'(x) > 0$, στο (α, x_0)
- $f'(x) < 0$, στο (x_0, β)

Τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x = x_0$ μέγιστο.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

2 Ισχύει $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$, για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

3 Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbf{R}$ και ισχύει $f'(x) < 0$, για κάθε $x \in \mathbf{R}$, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε οποιοδήποτε σημείο της σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

4 Η παράγωγος της σύνθετης συνάρτησης $h(x) = f(g(x))$ είναι ίση με $h'(x) = f'(g(x))$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

5 Αν η παράγωγος f' , μιας συνάρτησης f είναι συνεχής τότε ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = \lambda$, όπου λ είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(x_0, f(x_0))$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

6 Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού, A , τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ έχει πεδίο ορισμού το $\{x \in A / g(x) \neq 0\}$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

7 Η αναζήτηση του $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ γίνεται μόνο όταν το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

8 Αν ισχύει $f'(x_0) = 0$, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(x_0, f(x_0))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

9 Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq f(x)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0 , τότε η f έχει μέγιστο για $x = x_0$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

10 Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της τότε υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 > x_2$ για τα οποία ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

11 Για τη συνάρτηση $f(x) = c \cdot e^x$, $c \in \mathbf{R}$ ισχύει $f''(x) = f(x)$, για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

12 Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας ενός κινητού τη χρονική στιγμή t_0 , ισούται με τη στιγμιαία επιτάχυνσή του την ίδια χρονική στιγμή.

Απάντηση: ☐ Σωστό
☐ Λάθος

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ - Δ

1	Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν στο x_0 όρια πραγματικούς αριθμούς, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
2	Για κάθε $x > 0$ ισχύει $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
3	Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu x_0$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
4	Για κάθε $x \in \mathbf{R}$ ισχύει $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
5	Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0 . Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
6	Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
7	Αν $x > 0$ τότε $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
8	Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της. Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος
9	Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ . Απάντηση: ☐ Σωστό ☐ Λάθος

10

Η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 0$ είναι:

Επιλογή μίας απάντησης.

- ☐ Α. $\frac{1 - \ln x}{x}$
- ☐ Β. $\frac{1 - \ln x}{x^2}$
- ☐ Γ. $\frac{x - \ln x}{x^2}$
- ☐ Δ. $\frac{x - \ln x}{x}$
- ☐ Ε. $\frac{\ln x - 1}{x^2}$

11

Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 \in (\alpha, \beta)$ και $f'(x_0) = 0$, τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ακρότατο της f .

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

12

Αν $f'(x) = x^4 + e^x, x \in \mathbf{R}$ τότε η f δεν έχει ακρότατα.

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

13

Αν $f'(x) = x(x-2)^2(x-3)$, τότε το $f(2)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

14

Το 2 είναι μέγιστο της $f(x) = 2 - x^2$.

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

15

Αν $f(x) = \sin x$, τότε $f''(x) = -f(x)$.

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

16

Αν $f(x) = \sqrt{3} \cdot x^2$, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο $A(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\frac{\pi}{3}$.

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος

17

Αν $f(x) = -\ln x, x > 0$ τότε $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Απάντηση:

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος