

Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους - Θέμα Α

1. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα A , τότε είναι γνησίως αύξουσα σε οποιοδήποτε υποδιάστημα του A .
2. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, τότε για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.
3. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, τότε για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.
4. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 .
5. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_2)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_2 .
6. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε δύο υποδιαστήματα A_1, A_2 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι πάντα γνησίως αύξουσα και στην ένωση τους $A_1 \cup A_2$.
7. Τα ολικά ακρότατα μιας συνάρτησης είναι και τοπικά ακρότατα αυτής.
8. Ένα τοπικό μέγιστο είναι πάντα μεγαλύτερο από ένα τοπικό ελάχιστο.
9. Ένα τοπικό ελάχιστο είναι πάντα μικρότερο από ένα τοπικό μέγιστο.
10. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα A , τότε είναι γνησίως φθίνουσα σε οποιοδήποτε υποδιάστημα του A .
11. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Αν $f(x) < a$ για κάθε $x \in A$, τότε η μέγιστη τιμή της f είναι το a .
12. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Αν $f(x) > \beta$ για κάθε $x \in A$, τότε η ελάχιστη τιμή της f είναι το β .
13. Αν η μέγιστη τιμή της f είναι $a < 0$, τότε $f(x) < 0$, για κάθε x που ανήκει στο πεδίο ορισμού της.
14. Αν η ελάχιστη τιμή της f είναι $\beta > 0$, τότε $f(x) > 0$, για κάθε x που ανήκει στο πεδίο ορισμού της.

Ερωτήσεις Συμπλήρωσης κενού - Θέμα Α

1. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα A , τότε είναι γνησίως σε οποιοδήποτε υποδιάστημα του A .
2. Μια συνάρτηση f που είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα λέγεται
3. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα A , τότε είναι γνησίως σε οποιοδήποτε υποδιάστημα του A .
4. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη, τότε είναι γνησίως ή γνησίως
5. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 \neq x_2$ ισχύει $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \dots 0$.
6. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 \neq x_2$ ισχύει $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \dots 0$.

Ερωτήσεις Θεωρίας - Θέμα Α

1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη;
4. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$;
5. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2 \in A$;
6. Τι λέγονται ακρότατα μιας συνάρτησης;

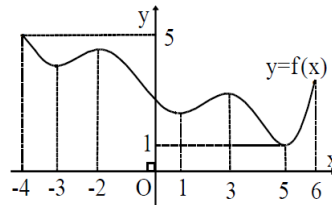
Ασκήσεις - Θέμα Β

1. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας σε καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις.
 - (i) $f(x) = x$
 - (ii) $f(x) = -x$
 - (iii) $f(x) = |x|$

2. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας σε καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις.
- (i) $f(x) = x^2$
 - (ii) $f(x) = -x^2$
3. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας σε καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις.
- (i) $f(x) = x^3$
 - (ii) $f(x) = -x^3$
4. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας σε καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις.
- (i) $f(x) = e^x$
 - (ii) $f(x) = \ln x$
5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$.
- (i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
 - (ii) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της f .
 - (iii) Να κάνετε τον πίνακα μονοτονίας και ακροτάτων.
6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 2x, x \in \mathbb{R}$.
- (i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
 - (ii) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της f .
 - (iii) Να κάνετε τον πίνακα μονοτονίας και ακροτάτων.
7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R}$.
- (i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
 - (ii) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της f .
 - (iii) Να κάνετε τον πίνακα μονοτονίας και ακροτάτων.
8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 - 2x + 3, x \in \mathbb{R}$.
- (i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
 - (ii) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της f .
 - (iii) Να κάνετε τον πίνακα μονοτονίας και ακροτάτων.

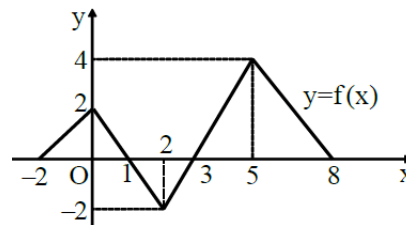
9. Έστω η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρείτε:

- (i) Το πεδίο ορισμού της f .
- (ii) Τα διαστήματα μονοτονίας της f .
- (iii) Τις θέσεις των τοπικών ελαχίστων της f .
- (iv) Τις θέσεις των τοπικών μεγίστων της f .
- (v) Τα ολικά ακρότατα της f .
- (vi) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \ln f(x)$



10. Έστω η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρείτε:

- (i) Το πεδίο ορισμού της f .
- (ii) Τα διαστήματα μονοτονίας της f .
- (iii) Τις θέσεις των τοπικών ελαχίστων της f .
- (iv) Τις θέσεις των τοπικών μεγίστων της f .
- (v) Τα ολικά ακρότατα της f .
- (vi) Τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.
- (vii) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.



11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}, x \in [-5, 4]$. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, x \in [-5, 3]$. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Ασκήσεις - Θέμα Γ

1. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$.
2. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας για τη συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{x}$.
3. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x, x \in [0, 2\pi]$.
4. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
5. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα η συνάρτηση $f(x) = 1 - 2\sqrt{x-3}$.

Ασκήσεις - Θέμα Δ

1. Έστω συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρείτε:
 - (i) Τα διαστήματα μονοτονίας της f .
 - (ii) Τις θέσεις των τοπικών ελαχίστων της f .
 - (iii) Τις θέσεις των τοπικών μεγίστων της f .
 - (iv) Τα ολικά ακρότατα της f .
 - (v) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

